

ΦΥΛΛΑΔΙΟ 1.

1. Μια βιοτεχνία κατασκευάζει 4 τύπους διακοσμητικών από μέταλλο και γυαλί (προϊόντα π1, π2, π3 και π4). Τα τέσσερα αυτά προϊόντα διαφέρουν ως προς τις διαστάσεις, το σχήμα και τα υλικά που χρησιμοποιούνται. Η παραγωγή καθενός τεμαχίου από τα π1, π2, π3 και π4 απαιτεί συγκεκριμένες ώρες εργασίας και πρώτες ύλες, δύο ως φαίνονται στον παρακάτω πίνακα (στην τελευταία στήλη του πίνακα δίδεται η τιμή πώλησης κάθε μονάδας προϊόντος)

	Εργασία (ώρες)	Μέταλλο (γραμ.)	Γυαλί (γραμ.)	Τιμή πώλησης (€)
π1	2	112	168	28.5
π2	1	56	56	12.5
π3	3	28	28	29.25
π4	2	56	56	21.5

Για την παραγωγή της επόμενης βδομάδας η βιοτεχνία διαθέτει 4000 ώρες εργασίας, 168 κιλά μετάλλου και 280 κιλά γυαλιού. Το κόστος της ώρας εργασίας είναι 8 € και το κόστος των πρώτων ύλων είναι 0.02 € ανά γραμμάριο μετάλλου και 0.03 € ανά γραμμάριο γυαλιού. Από περιορισμούς της αγοράς, η παραγωγή των π1, π2, π3 και π4 δεν πρέπει να ξεπεράσει τις 1000, 2000, 500 και 1000 μονάδες αντίστοιχα. Η εταιρία επιθυμεί να προγραμματίσει την παραγωγή της επόμενης βδομάδας με στόχο να μεγιστοποιήσει το κέρδος της.

2. Στα διυλιστήρια της εταιρείας HL OIL δύο τύποι αργού πετρελαίου αναμιγνύονται για να σχηματίσουν τις βενζίνες super και regular. Τα απαραίτητα συστατικά A' και B για την παραγωγή της βενζίνης υπάρχουν και στους δύο τύπους πετρελαίου, όχι όμως με την ίδια περιεκτικότητα ούτε με το ίδιο κόστος

Αργό πετρέλαιο	Κόστος / γαλόνι (€)	Συστατικό A	Συστατικό B
1	0.10	20%	60%
2	0.15	50%	30%

Σύμφωνα με τους κανόνες του υπουργείου Εμπορίου η βενζίνη regular πρέπει να περιέχει τουλάχιστον 40% από το συστατικό A ενώ η βενζίνη super το πολύ 50% από το συστατικό B. Αν οι ημερήσιες απαιτήσεις σε βενζίνη regular και super ανέρχονται σε 800000 και 500000 γαλόνια αντίστοιχα προσδιορίστε το μήγμα των πρώτων ύλων με το ελάχιστο κόστος (The Blending Problem)

3. Στα γραφεία της πολυεθνικής εταιρείας παραγωγής ηλεκτρονικών 3H υπάρχουν τέσσερις προτάσεις για επενδύσεις στις ισάριθμες, μικρότερης εμβέλειας εταιρείες B, T, L, C. Στις προτάσεις αυτές αναφέρεται το ποσό που πρέπει να επενδυθεί στην κάθε εταιρεία στην αρχή έκαστου έτους (για τα επόμενα τέσσερα έτη), το αναμενόμενο κέρδος στο τέλος της τετραετίας από την κάθε μία (σε σημερινές τιμές), καθώς επίσης και το συνολικό ποσό που πρόκειται να επενδυθεί από την 3H σε ετήσια βάση:

XRONIA	1 ^η	2 ^η	3 ^η	4 ^η	ΑΝΑΜ. ΚΕΡΔΟΣ
ΕΤΑΙΡΕΙΑ					
B (1)	60	10	10	10	250
T (2)	35	35	35	35	375
L (3)	10	50	50	10	275
C (4)	15	10	10	40	140
ΣΥΝΟΛΟ ΠΡΟΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗ	90	80	80	50	

(Αδιάθετα κεφάλαια ενός έτους δεν μεταφέρονται στο επόμενο).

Αν για λόγους ασφάλειας της επένδυσης δεν συνιστάται η ταυτόχρονη διάθεση χρημάτων στις εταιρείες T και L υποδείξτε ένα π.γ.π. για την εύρεση των εταιρειών οι οποίες θα πρέπει να χρηματοδοτηθούν από τη 3H έτσι ώστε το συνολικό αναμενόμενο κέρδος της στο τέλος της τετραετίας να είναι το μεγαλύτερο δυνατόν. (The Portfolio Selection Problem)

4. Μια εταιρεία κατασκευάζει μεταλλικούς σωλήνες, τριών διαφορετικών διαμέτρων A, B, Γ τους οποίους και πουλά προς 1000, 1200 και 900 χ.μ. τον ένα αντίστοιχα. Η μηχανή που κατασκευάζει τους σωλήνες χρειάζεται 0.5 τιμή για να παράγει ένα σωλήνα διαμέτρου A, 0.45 τιμή για ένα σωλήνα διαμέτρου B και 0.6 τιμή για ένα σωλήνα διαμέτρου Γ. Στη συνέχεια, και πριν το τελικό προϊόν παραδοθεί στην αγορά, γίνονται κάποιες εργασίες συγκόλλησης. Στις εργασίες αυτές, κι ανεξάρτητα από τη διάμετρο του σωλήνα, χρησιμοποιείται ένα κιλό από κάποιο υλικό. Μ' όλα αυτά, το συνολικό κόστος της παραγωγής φτάνει στις 300, 400 και 400 χ.μ. ανά σωλήνα διαμέτρου A, B και Γ αντίστοιχα. Η εταιρεία μας, για την εβδομάδα που έρχεται, έχει πάρει έναν εξαιρετικά μεγάλο αριθμό παραγγελιών για 2000 σωλήνες διαμέτρου A, 4000 σωλήνες διαμέτρου B και 5000 σωλήνες διαμέτρου Γ. Προφανώς όμως οι 40 ώρες που μπορεί να δουλέψει η μηχανή και τα 5500 κιλά υλικού συγκόλλησης που υπάρχουν στις αποθήκες δεν επαρκούν για την παράδοση της παραγγελίας (απαιτούνται 97 ώρες μηχανής και 11000 κιλά υλικού συγκόλλησης). Καθώς τέτοιου ύψους παραγγελίες είναι ασυνήθιστες, η εταιρεία σκέφτεται να προμηθευτεί σωλήνες από εξωτερικό προμηθευτή με κόστος 600 χ.μ. ανά σωλήνα

διαμέτρου Α, 600 χ.μ. ανά σωλήνα διαμέτρου Β και 700 χ.μ. ανά σωλήνα διαμέτρου Γ. Με τα στοιχεία, που συνοψίζει, ο πίνακας που ακολουθεί, να υποδειχθεί ένα π.γ.π. για την εύρεση του αριθμού των σωλήνων που πρέπει να παρασκευαστούν και αγορασθούν σε τρόπο ώστε τα κέρδη της εταιρείας να μεγιστοποιούνται. (The Make-or-Buy Problem)

Τύπος	Τιμή Πώλησης	Παραγγελίες	Χρόνος Μηχανής	Υλικό Συγκόλλησης	Κόστος Παραγωγής	Κόστος Αγοράς
A	1000	2000	0.50	1	300	600
B	1200	4000	0.45	1	400	600
Γ	900	5000	0.60	1	400	700
Διαθέσιμη Ποσότητα			40 ώρες	5500 κιλά		

5. Η MULTICOMP, μια αλυσίδα καταστημάτων ηλεκτρονικών υπολογιστών, εκτιμά ότι για τους επόμενους 5 μήνες θα χρειαστεί πεπειραμένους τεχνικούς για να δουλέψουν: τον 1^ο μήνα 6000 ώρες, τον 2^ο μήνα 7000 ώρες, τον 3^ο μήνα 8000 ώρες, τον 4^ο μήνα 9500 ώρες, τον 5^ο μήνα 11000 ώρες. Οι πενήντα (έμπειροι) τεχνικοί της εταιρείας απασχολούνται το πολύ 160 ώρες το μήνα και έτσι εκ των πραγμάτων η εταιρεία αποφάσισε να εκπαιδεύσει καινούργιους. Η εκπαίδευση κάθε τεχνικού διαρκεί ένα μήνα, στη διάρκεια του οποίου εποπτεύεται για 50 ώρες από έναν έμπειρο τεχνικό. Η μηνιαία αμοιβή για τον κάθε τεχνικό ανέρχεται στις 200 χ.μ. (ακόμη και αν εργαστεί λιγότερο από 160 ώρες) ενώ τον κάθε εκπαιδευόμενο στις 100 χ.μ. Αν στο τέλος μήνα ένα 5% των έμπειρων τεχνικών παραιτείται, υποδείξτε ένα π.γ.π για την ελαχιστοποίηση του κόστους εργασίας της εταιρείας. (The Work Scheduling Problem).

6. Μια πολυεθνική εταιρεία κατασκευής αθλητικών ειδών κατασκευάζει τα παγοπέδιλα του σκι τα εργοστάσια που έχει στο Μεξικό, τη Σεούλ και το Τελ Αβίβ μηνιαίων δυνατοτήτων 100, 300 και 200 κομματιών αντίστοιχα. Για το μήνα που έρχεται παραδόσεις πρέπει να γίνουν στη Φρανκφούρτη (150 κομμάτια), τη Νέα Υόρκη (100), την Ατλάντα (200) και το Τόκιο (150). Αν το κόστος μεταφοράς (χ.μ. ανά κομμάτι) ανέρχεται σε

	Φρανκφούρτη (1)	Νέα Υόρκη (2)	Ατλάντα (3)	Τόκιο (4)
Μεξικό (1)	1900	700	300	2100
Σεούλ (2)	1500	2100	1800	600
Τελ Αβίβ (3)	1100	1400	1500	2200

υποδείξτε ένα π.γ.π. για την εύρεση του τρόπου μεταφοράς των παγοπέδιλων από εργοστάσια στα υποκαταστήματα ο οποίος να ελαχιστοποιεί τα έξοδα.

7. Τρεις υποψήφιοι υπάλληλοι για τις θέσεις του προγραμματιστή, λογιστή και γραμματέα μιας εταιρείας υποχρεώθηκαν να δώσουν κάποιο test, τα αποτελέσματα του οποίου, δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί:

ΥΠΟΨΗΦΙΟΣ	ΘΕΣΗ		
	Προγραμματιστή	Λογιστή	Γραμματέα
A	5	4	7
B	6	7	3
Γ	8	11	2

(όσο πιο μεγάλος βαθμός τόσο πιο κατάλληλος είναι κάποιος για τη θέση). Υποδείξτε ένα π.γ.π. το οποίο θα υποδεικνύει την 'καλύτερη' κατανομή των ατόμων στις υπάρχουσες θέσεις εργασίας (assignment problem).

8. Η εταιρεία δημοσκοπήσεων 'SAMPLES' ανέλαβε μια δημοσκόπηση σχετικά με τη δημοτικότητα ενός υπουργού. Η έρευνα θα γίνει σε ένα δείγμα νοικοκυριών από όλη την Ελλάδα με τη μέθοδο της προσωπικής συνέντευξης του αρχηγού του νοικοκυριού. Οι στατιστικοί της εταιρείας χώρισαν αρχικά τη χώρα σε δύο γεωγραφικές περιοχές (αστική και αγροτική) και στη συνέχεια τους ερωτηθέντες ανάλογα με την ηλικία τους (≤ 30 ετών, 31-50 ετών και ≥ 51 ετών). Επιπλέον, εκτίμησαν ότι για να είναι στατιστικά έγκυρα τα αποτελέσματα θα πρέπει οπωσδήποτε:

- τουλάχιστον 2300 νοικοκυριά να συμπεριληφθούν στο δείγμα,
- τουλάχιστον 1000 από τα νοικοκυριά του δείγματος να έχουν αρχηγό το πολύ τριάντα ετών,
- τουλάχιστον 600 από τα νοικοκυριά του δείγματος να έχουν αρχηγό μεταξύ 31 και 50 ετών,
- τουλάχιστον 15% των νοικοκυριών του δείγματος να προέρχονται από την αστική περιοχή της χώρας, και
- το πολύ 20% των νοικοκυριών του δείγματος με αρχηγό ηλικίας μεγαλύτερη ή ίση των 51 ετών να προέρχονται από την αστική περιοχή.

Ο πίνακας που ακολουθεί περιέχει το εκτιμώμενο κόστος ανά συνέντευξη:

Κόστος ανά συνέντευξη (Κατάλληλες χρηματικές μονάδες)

	1 ηλικία ≤ 30	2 ηλικία 31-50	3 ηλικία ≥ 51
1 Αστική Περιοχή	7.5	6.8	5.5
2 Αγροτική Περιοχή	6.9	7.25	6.1

Υποδείξτε ένα π.γ.π. με στόχο την πραγματοποίηση της δειγματοληψίας με το ελάχιστο δυνατό κόστος.

9. Μια μεγάλη ιδιωτική κλινική σκέφτεται να επεκταθεί κατά 90 κλίνες και το πρόβλημά της είναι η κατανομή αυτών των κλινών στα παθολογικά και τα χειρουργικά περιστατικά. Για τα σκοπό αυτό ο διοικητικός υπεύθυνος έκανε μια συνολική εκτίμηση της μέχρι τώρα εικόνας:

- Ο μέσος χρόνος παραμονής ενός ασθενή με κάποιο παθολογικό περιστατικό είναι 8 ημέρες και αποφέρει έσοδα της τάξης των 2280 χρηματικών μονάδων (χ. μ.). Ενώ ένας ασθενής που χειρουργήθηκε παραμένει στην κλινική κατά μέσο όρο 5 ημέρες και αποφέρει έσοδα της τάξης των 1515 χ.μ.
- Τα εργαστήρια, το ακτινολογικό και τα χειρουργεία είναι σε θέση να ανταποκριθούν, μέχρι ενός σημείου, σε επιπλέον βάρος χωρίς ουσιώδη αύξηση των εξόδων τους. Για την ακρίβεια, σε ετήσια βάση τα εργαστήρια μπορούν να πραγματοποιήσουν 1500 επιπλέον εξετάσεις, το ακτινολογικό 7000 επιπλέον εξετάσεις και στα χειρουργεία να γίνουν 2800 επιπλέον επεμβάσεις
- Ένα παθολογικό περιστατικό απαιτεί κατά μέσο όρο 3.1 εξετάσεις και 1 ακτινογραφία
- Ένα χειρουργικό περιστατικό απαιτεί κατά μέσο όρο 2.6 εξετάσεις και 2 ακτινογραφίες

Υποθέτοντας ότι η κλινική είναι ανοικτή 365 ημέρες το χρόνο, υποδείξτε ένα π.γ.π. για την εύρεση της κατανομή των κλινών σε τρόπο ώστε να μεγιστοποιηθούν τα έσοδα της κλινικής.

10. Στην εκκλησιαστική περιουσία μιας των μητροπόλεων της Μακεδονίας συμπεριλαμβάνονται και 2000 στρέμματα καλλιεργήσιμης γης. Η γη αυτή, που είναι κατάλληλη για τη σπορά βαμβακιού, καλαμποκιού και φασολιών, χωρίζεται σε τρία κομμάτια των 500, 800 και 700 στρεμμάτων με σκοπό να παραχωρηθεί για τη χρονιά που έρχεται σε ισάριθμες άκληρες οικογένειες της περιοχής. Για να εξασφαλιστεί ότι η κάθε οικογένεια παίρνει το κομμάτι που αντιστοιχεί στις δυνατότητές της, απαιτείται από αυτή να καλλιεργεί τουλάχιστον το 60% του κομματιού που θα της διατεθεί, κι ότι το καλλιεργήσιμο ποσοστό στο κάθε παραχωρούμενο κομμάτι γιας θα είναι το ίδιο. Ο διαχειριστής της συγκεκριμένης περιουσίας, μη θέλοντας να έρθει σε σύγκρουση με τοπικά συμφέροντα της περιοχής, επιβάλλει η συνολική καλλιέργεια σε βαμβάκι να μην ξεπερνά τα 900 στρέμματα, του καλαμποκιού τα 700 στρέμματα και των φασολιών τα 1000 στρέμματα. Επιπλέον, συμφωνεί με τις τρεις οικογένειες σ' ένα συμβολικό ετήσιο ενοίκιο των 600 χ.μ. από το κάθε στρέμμα που θα καλλιεργηθεί με βαμβάκι, 450 χ.μ. από το κάθε στρέμμα που θα καλλιεργηθεί με καλαμπόκι, 300 χ.μ. από το κάθε στρέμμα που θα καλλιεργηθεί με φασόλια ενώ δεν εισπράττει ενοίκιο από τα χωράφια που μένουν ακαλλιέργητα. Υποδείξτε ένα π.γ.π. Για την εύρεση των στρεμμάτων που πρέπει να δοθεί για καλλιέργεια στην κάθε σπορά (βαμβάκι, καλαμπόκι, φασόλια), ώστε να μεγιστοποιείται το συνολικό ετήσιο ενοίκιο.

11. Ένα μεγάλο Super-Market εκτίμησε ότι οι ανάγκες του σε ανοιχτά ταμεία το Σάββατο κυμαίνονται από 10 έως 18, ανάλογα με την ώρα. Λεπτομέρειες δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί:

ΧΡΟΝΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ	ΠΛΗΘΟΣ ΤΑΜΕΙΩΝ
09:00-10:00	10
10:00-11:00	12
11:00-12:00	14
12:00-13:00	16
13:00-14:00	18
14:00-15:00	17
15:00-16:00	15
16:00-17:00	10

To super-market έχει προσλάβει μόνο 12 μόνιμους υπάλληλους για αυτή τη δουλειά, αλλά είναι σε θέση να βρει άμεσα δύσους επιπλέον απαιτηθούν από έναν κατάλογο ωρομίσθιων που διατηρεί. Ένας ωρομίσθιος υπάλληλος δουλεύει ακριβώς τις μισές ώρες (4) από έναν μόνιμο, κοστίζει μόνο 4 χρηματικές μονάδες την ώρα (δηλαδή $4 \times 4 = 16$ χ.μ. την ημέρα), αλλά είναι υποχρεωμένος να προσέλθει για εργασία οποτεδήποτε του ζητηθεί στο διάστημα 09:00-13:00. Από την άλλη μεριά, ένας μόνιμος υπάλληλος, δουλεύοντας συνέχεια από τις 09:00-17:00 (με μία ώρα διάλειμμα) κοστίζει 50 χ.μ. την ημέρα. Για τους μισούς από αυτούς το διάλειμμα γίνεται στις 11:00 ενώ για τους υπόλοιπους μισούς στις 12:00. Το super-market ενδιαφέρεται φυσικά να ελαχιστοποιήσει τα έξοδα μισθοδοσίας του προσωπικού που χρησιμοποιεί για ταμίες το Σάββατο, αλλά η εργατική νομοθεσία το υποχρεώνει να διαθέτει το πολύ το 50% του συνολικού διαθέσιμου χρόνου εργασίας στο ωρομίσθιο προσωπικό. Υποδείξτε ένα π.γ.π. για την εύρεση του βέλτιστου σχεδίου συνύπαρξης (ελάχιστο κόστος) μόνιμου & ωρομίσθιου προσωπικού.

12. Ένα μεγάλο διαφημιστικό γραφείο έχει αναλάβει την προβολή τεσσάρων διαφορετικών προϊόντων, έστω Α, Β, Γ και Δ. Τις σχετικές εργασίες μπορεί να τις εκτελέσει σε οποιοδήποτε από τα τρία εργαστήρια με τα οποία συνεργάζεται. Στον πίνακα που ακολουθεί, δίνονται όλα τα σχετικά οικονομικά στοιχεία:

Εργαστήριο	Απαιτούμενος χρόνος (ώρες)				Κόστος ανά ώρα	Διαθέσιμος χρόνος
	A	B	Γ	Δ		
1	32	151	72	118	89	160
2	39	147	61	126	81	160
3	46	155	57	121	84	160

Λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι, υπάρχει δυνατότητα η κάθε εργασία να μοιραστεί και μάλιστα σε οποιοδήποτε ποσοστό μεταξύ των τριών εργαστηρίων υποδείξτε ένα π.γ.π. για την εύρεση του τρόπου εκτέλεσής τους έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το συνολικό κόστος.

13. Το γραφείο κίνησης γνωστού ιδιωτικού σχολείου, το οποίο διαθέτει τρία διαφορετικά κτηριακά συγκροτήματα των 1200 μαθητών χτισμένα στο κεντρικό, δυτικό και νότιο τμήμα μιας πόλης, προσπαθεί να εντοπίσει ένα σχέδιο μεταφοράς των εγγραφέντων μαθητών του με τη δημόσια συγκοινωνία για το σκοπό αυτό. χωρίζει την πόλη σε πέντε τομείς (βόρειο, νότιο, ανατολικό, δυτικό και κεντρικό) και υπολογίζει τη μέση απόσταση των τριών κτηριακών συγκροτημάτων του από αυτές

Τομέας	Μέση Απόσταση (χλμ)			Πλήθος Μαθητών
	Κεντρικό Σχολείο	Δυτικό Σχολείο	Νότιο Σχολείο	
Βόρειος	8	11	14	700
Νότιος	12	9	-	300
Ανατολικός	9	16	10	900
Δυτικός	9	-	9	600
Κεντρικός	-	8	12	500

Υποδείξτε ένα π.γ.π. για την εύρεση του αριθμού των μαθητών που πρέπει να μετακινούνται από κάθε τομέα προς κάθε σχολικό συγκρότημα σε τρόπο ώστε η συνολική διανυόμενη μέση ημερήσια απόσταση να είναι η ελάχιστη δυνατή.

14. Το μοναδικό προϊόν μιας εταιρείας σχηματίζεται από τη συναρμολόγηση τριών ξεχωριστών κι εντελώς διαφορετικών μεταξύ τους κομματιών Α, Β και C. Στην παραγωγή, των κομματιών αυτών συμμετέχουν, μεταξύ κι άλλων μηχανημάτων βέβαια, δύο τόρνοι και τρεις πρέσες. Υποθέστε ότι η εταιρεία έχει επιβάλλει στη γραμμή παραγωγής τους εξής απλούς κανόνες: (α) Το πλήθος των κομματιών A, B και C που παράγεται είναι τέτοιο ώστε να δημιουργείται πλήρες τελικό προϊόν (β) Ο απαιτούμενος χρόνος επεξεργασίας των κομματιών A, B και C από τον τόρνο κατανέμεται ομοιόμορφα στους δύο υπάρχοντες τόρνους (γ) Ο απαιτούμενος χρόνος επεξεργασίας των κομματιών A, B και C από την πρέσα κατανέμεται ομοιόμορφα στις τρεις υπάρχουσες πρέσες. (δ) Το πλήθος των κομματιών A, B και C που παράγεται είναι τέτοιο ώστε να υπάρχει μια ισορροπία μεταξύ των μέσου ημερήσιου χρόνου λειτουργίας τόρνου και πρέσας: κανένα μηχάνημα δεν δουλεύει περισσότερο από μία ώρα από το άλλο. (ε) Ο χρόνος εργασίας του κάθε μηχανήματος ανέρχεται σε οκτώ ώρες Λαμβάνοντας υπόψη τα στοιχεία του πίνακα που ακολουθεί (δίνεται ο απαιτούμενος χρόνος επεξεργασίας των κομματιών A, B και C -minutes ανά τεμάχιο- από τον τόρνο και την πρέσα), υποδείξτε ένα π.γ.π για την εύρεση της μέγιστης ημερήσιας παραγωγής.

	Χρόνος παραγωγής (min)		
	Κομμάτι A	Κομμάτι B	Κομμάτι C
Τόρνος	10	8	6
Πρέσα	9	21	15

15. Ο ελάχιστος αριθμός των σερβιτόρων που κάποιο εστιατόριο χρειάζεται τις επτά ημέρες της εβδομάδας δίνεται στον πίνακα:

Ημέρα	Δευτ.	Τρίτη	Τετ.	Πεμ.	Παρ.	Σαβ.	Κυρ.
Σερβιτόροι	17	13	15	19	14	16	11

Αν κάθε σερβιτόρος πρέπει να δουλεύει πέντε συνεχόμενες ημέρες και μετά να έχει «ρεπό» δύο ημερών υποδείξτε ένα π.γ.π. για την εύρεση του ελάχιστου συνολικού αριθμού σερβιτόρων που πρέπει να απασχολούνται στο εστιατόριο.